ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES ARTS ET INDUSTRIES TEXTILES - ROUBAIX

CONCOURS D'ENTREE - SESSION 1979

MATHEMATIQUES : durée : 2 h

1re épreuve

Cette épreuve est destinée aux Elèves des classes de Mathématiques Spéciales M, M', T, P, P', et TA.

Lors de la correction de l'épreuve, il sera tenu compte de la présentation, de la clarté de la rédaction, de la rigueur des raisonnements, et du choix de la solution proposée.

Les quatre exercices sont indépendants.

EXERCICE 1 :

Calculer le déterminant D en précisant les théorèmes utilisés.

$$D = \begin{vmatrix} b+c & bc-1 & (b^2+1) & (c^2+1) \\ c+a & ca-1 & (c^2+1) & (a^2+1) \\ a+b & ab-1 & (a^2+1) & (b^2+1) \end{vmatrix}$$

EXERCICE 2 : *

a) Soit $\mathcal{C}[a\,b]$ l'ensemble des fonctions réelles continues sur $[a\ b]$ et $x_1, x_2, \dots x_i, \dots x_m$, n points donnés de $[a\,b]$. Montrer que l'application qui, au couple (f, g) de fonctions de $\mathcal{C}[a\,b]$ associe

$$\langle f, g \rangle = \sum_{i=1}^{i=m} f(x_i)\, g(x_i)$$

définit un produit scalaire sur $\mathcal{C}[a\,b]$

b) Montrer qu'il existe une famille unique de polynômes définis sur $\mathcal{C}[a\,b]$ notés $P_0, P_1, \dots P_m \dots$, orthogonaux deux à deux tels que

* $\forall m \in \mathbb{N} \quad d^\circ P_m = m$

* $\forall m \in \mathbb{N}$, le coefficient du terme de plus haut degré de est égal à 1.

EXERCICE 3 :

E étant un espace vectoriel sur un corps commutatif K, on appelle projecteur tout endomorphisme p de E tel que

$$p^2 = p \circ p = p$$

On désigne par e l'application identique de E, $\mathrm{Im}\, p$ l'espace image de p et $\mathrm{Ker}\, p$ son noyau.

a) Démontrer que p est un projecteur si et seulement si e - p en est un.

b) Montrer que si p est un projecteur

$\mathrm{Im}\,(e - p) = \mathrm{Ker}\, p$

$\mathrm{Ker}\,(e - p) = \mathrm{Im}\, p$

c) Démontrer que si p est un projecteur

$E = \mathrm{Im}\, p \oplus \mathrm{Ker}\, p$

($\oplus$ signifie "somme directe")

EXERCICE 4 :

Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & -6 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & -3 & 6 \\ -2 & 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

* NOTE DE L'U.P.S.: L'exercice 2 demande d'établir deux propositions fausses:
- $(f,g) \longmapsto \langle f,g \rangle$ n'est pas un produit scalaire
- Il n'y a pas unicité de la famille (P_m)

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail